

Viene presentato un raffronto tra due approcci secondo i quali è possibile calcolare i campi elettromagnetici generati da linee elettriche tenendo conto delle correnti che questi inducono nel terreno. Escludendo approcci basati sull'integrazione diretta delle equazioni di Maxwell in un dominio discretizzato (es. tecnica delle differenze finite) vengono confrontati due metodi che prevedono la risoluzione analitica di una parte del problema, per ricondursi quindi ad un numero limitato di integrazioni numeriche in una sola variabile.

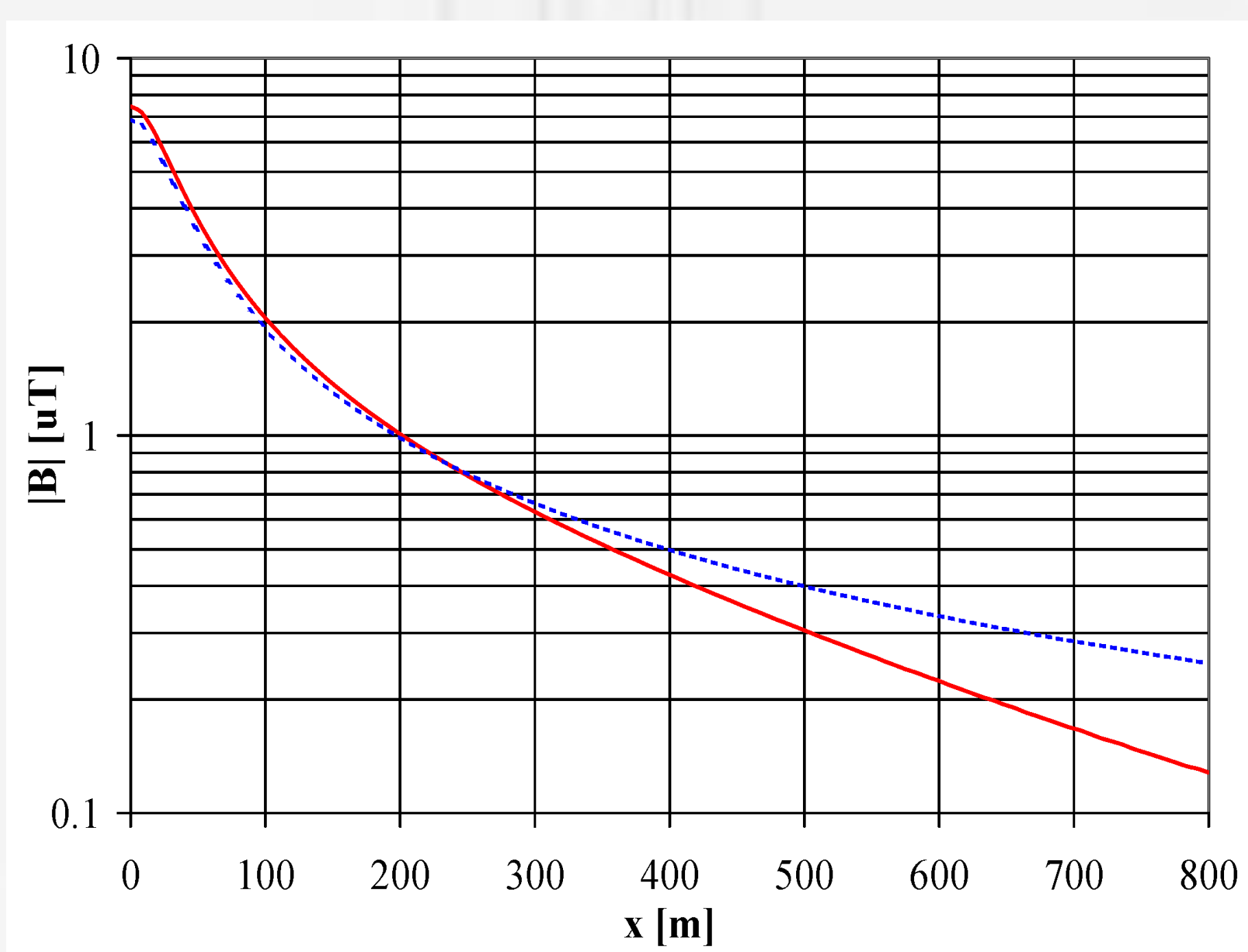
In particolare, ne viene evidenziata la sostanziale equivalenza ai fini pratici, anche se i due metodi differiscono notevolmente in complessità e impegno nella soluzione. In effetti uno comporta la risoluzione del problema elettromagnetico completo, mentre l'altro si basa su approssimazioni così dette *quasi statiche*, che permettono di calcolare in maniera indipendente il campo elettrico e quello magnetico.

Tale raffronto consente da un lato di valutare l'entità delle approssimazioni adottate con il metodo quasi statico e dall'altro di interpretare fisicamente i legami fra le correnti indotte nel terreno e i campi da queste generati.

Approccio completo

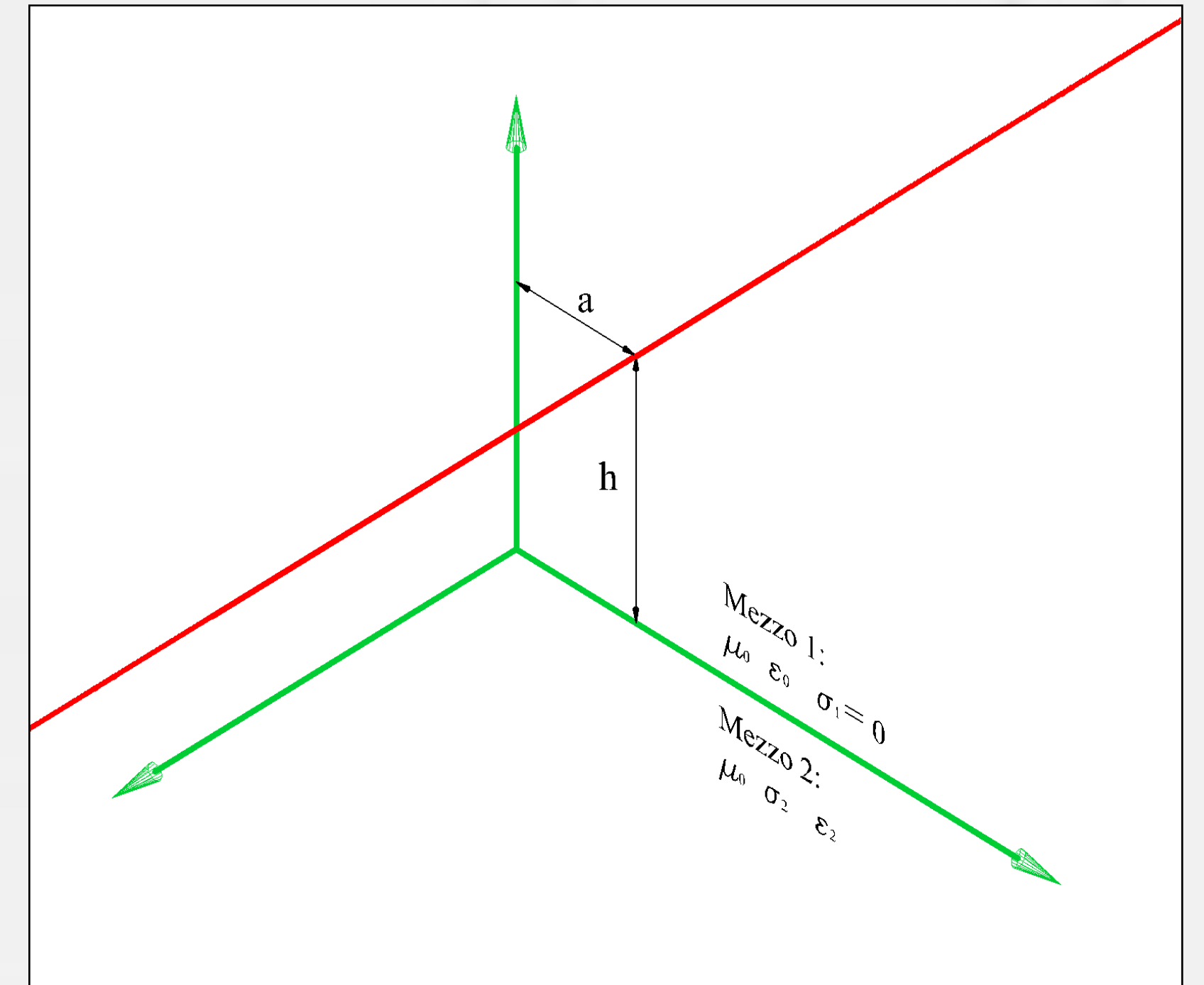
- Equazioni di Maxwell non disaccoppiate
- Rappresentazione dei campi in ciascuno dei due mezzi mediante la sovrapposizione di due *modi*, fra loro indipendenti, detti modo TM e modo TE, i quali differiscono fra loro per avere *nulla* la componente secondo la direzione di propagazione z rispettivamente del campo magnetico (modo TM) e del campo elettrico (modo TE).
- La procedura di calcolo è condotta dapprima supponendo la presenza della sola onda incidente sul carico e successivamente aggiungendo l'onda riflessa. Nel caso in cui sia il conduttore che il terreno siano conduttori perfetti il coefficiente γ sarà un numero immaginario puro, cioè $\gamma = j2\pi/\lambda = j2\pi f/c$, dove λ è la lunghezza d'onda in aria, c la velocità della luce ed f (50 Hz) è la frequenza dell'eccitazione.
- Le condizioni al contorno che devono essere rispettate sono (1) la continuità dei campi attraverso l'interfaccia tra i due mezzi e (2) l'annullamento del campo elettrico tangente alla superficie del conduttore.
- L'approccio completo prevede almeno quattordici integrazioni numeriche: una per calcolare il coefficiente γ , un'altra per determinare l'impedenza caratteristica della linea e quindi il coefficiente di riflessione Γ_0 ; infine, noti γ e Γ_0 , dodici integrazioni per calcolare la parte TE e quella TM di ciascuna componente x, y, z dei vettori del campo, sia per l'onda incidente che per quella riflessa. Riportiamo, come esempio, la parte TE della componente lungo x del vettore induzione in aria relativa alla sola onda incidente sul carico:

$$B_{1xTE}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma \alpha}{\omega} A_{3\alpha y_0}(x, y) \cdot e^{-\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2 + j\omega \mu_0 (\sigma_1 + j\omega \epsilon_1)} \cdot y} \cdot e^{j\alpha x} d\alpha$$
- Le quattordici integrazioni possono essere ridotte a dieci se si decide di trascurare la componente dell'induzione magnetica lungo z che, anche se in linea di principio non è nulla, è di entità molto più modesta delle altre due. In effetti, questa deriva dalle correnti indotte nel terreno che scorrono su piani perpendicolari a z per sostenere la variazione sinusoidale della carica netta sul conduttore.
- Le otto integrazioni relative alle componenti di campo lungo x e y possono essere raggruppate in modo da portare sotto lo stesso segno di integrale i quattro termini (TE incidente/riflessa e TM incidente/riflessa) relativi a ciascuna direzione cosicché le integrazioni da effettuare diventano quattro.



Esempio numerico: induzione magnetica ad 1 metro da terra.

Linea continua (—): calcolo del campo B con il metodo completo e con quello quasi statico. *Linea tratteggiata* (---): contributo del solo conduttore primario. $a = 0$ m, $h = 30$ m e $\sigma = 0,1$ S/m $I = 1000$ A.



Modello adottato per il confronto: conduttore rettilineo, di lunghezza infinita su un semispazio a conducibilità finita.

Approccio quasi statico

- Equazioni di Maxwell disaccoppiate trascurando il termine delle correnti di spostamento nella equazione relativa al rotore del vettore induzione magnetica. Il *campo magnetico* è calcolato determinando il campo primario (quello generato dalla corrente sul conduttore) e le correnti indotte nel terreno con una tecnica analoga a quella usata nel calcolo delle *correnti parassite*. In particolare l'induzione magnetica può essere ricavata attraverso la soluzione del sistema:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{B} = \mu_0 [I \delta(x-a) \cdot \delta(y-h) \hat{z} + \vec{J}_{indotta}] \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}$$
dove I è la corrente che scorre sul conduttore mentre $\vec{J}_{indotta}$ è la densità di corrente nel terreno. La soluzione del sistema può essere ricondotta a quella dell'equazione di Laplace nel mezzo 1 (aria) e all'equazione di Helmholtz nel mezzo 2 (terreno) per il potenziale vettore.

$$B_{1x}(x, y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \left(e^{-|y-h|k} - \frac{k-q}{k+q} e^{-(y+h)k} \right) \cos[k(x-a)] dk$$

$$B_{1y}(x, y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \left(e^{-|y-h|k} + \frac{k-q}{k+q} e^{-(y+h)k} \right) \sin[k(x-a)] dk$$

$$q = \sqrt{k^2 + j\omega \mu_0 \sigma_2}$$
- Tenendo conto delle opportune condizioni al contorno per i campi all'interfaccia aria-terreno ed imponendo inoltre che il campo nel terreno tenda a zero all'aumentare della distanza dalla superficie, si può dimostrare che
- La componente B_z è comunque nulla in virtù del fatto che le correnti sia sul conduttore che nel terreno (e così anche il potenziale vettore) sono dirette lungo z .
- Per calcolare le due componenti non nulle del campo magnetico sono dunque necessarie due integrazioni numeriche.

Conclusioni

- Maggiore complessità dell'approccio completo rispetto a quello quasi statico.
- L'approccio completo ha il pregio di derivare i campi in maniera rigorosa dalle equazioni di Maxwell, permettendo così di verificare con sicurezza la precisione dei risultati ottenuti con il metodo quasi statico.
- Le differenze tra i risultati ottenuti con i due metodi sono assolutamente trascurabili essendo dell'ordine di grandezza della precisione degli algoritmi di integrazione numerica utilizzati.
- L'estensione al caso di più conduttori può essere convenientemente affrontata utilizzando l'approccio quasi statico per cui vale il principio di sovrapposizione.
- I calcoli effettuati suggeriscono che nella grande maggioranza dei casi l'influenza delle correnti indotte nel terreno sia trascurabile ai fini della valutazione dei campi generati da elettrodotti. Solo in condizioni particolari, quali quelle di terreni particolarmente conduttivi e grandi distanze dalle linee, il campo magnetico totale può risentire del loro contributo.
- L'obiettivo di qualità di $3 \mu\text{T}$ recentemente introdotto nella normativa di riferimento viene usualmente raggiunto a distanze relativamente piccole dai conduttori degli elettrodotti per cui l'effetto delle correnti indotte può essere trascurato anche in caso di terreno molto conduttivo.